

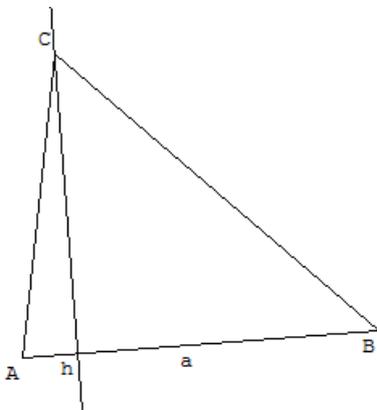
L'AIRE D'UN TRIANGLE

L'aire d'un triangle est une mesure de la surface plane déterminée par trois points et les segments joignant ces points.

En fait, tout polygone peut être scindé en triangles.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer cette aire.

✚ Calcul de l'aire à partir d'une hauteur



Il s'agit de la méthode la plus courante pour calculer l'aire d'un triangle. En effet, c'est la formule que l'on apprend dès le collège et encore utilisée au lycée.

Notation : A ou S

$$A = \frac{\text{Base} \cdot \text{Hauteur}}{2}$$

$$A = \frac{ah}{2}$$

Avec :

- a : la base ou longueur du côté
- h : la hauteur passant par cette base

Petites particularités :

- Si le triangle est rectangle, la base et la hauteur sont adjacentes à l'angle droit. La troisième hauteur étant issue de l'angle droit et coupant l'hypoténuse. L'orthocentre étant alors l'angle droit.
- Si le triangle est isocèle, il est préférable de prendre la hauteur issue de l'angle principal.
- Pour un triangle équilatéral, il n'y a aucune préférence.

✚ Calcul de l'aire à partir des longueurs des trois côtés : formule de Héron

Soit a, b, et c les longueurs des côtés et p le périmètre

$$p = a + b + c$$

$$A = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(-a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

✚ Calcul de l'aire à partir des coordonnées des sommets

Dans un repère orthonormé donné, l'aire du triangle ABC peut être calculée à partir des coordonnées des sommets :

$$A (x_A; y_A)$$

$$B (x_B; y_B)$$

$$C (x_C; y_C)$$

$$A = \frac{1}{2} \left| \det \begin{vmatrix} x_B - x_A & x_C - x_A \\ y_B - y_A & y_C - y_A \end{vmatrix} \right|$$

$$A = \frac{1}{2} |(x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A)|$$

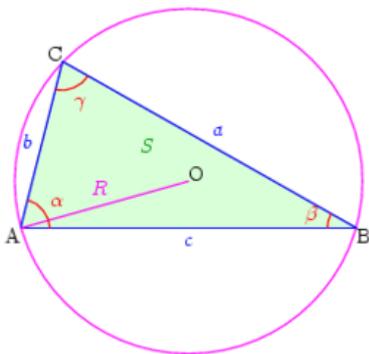
A partir du moment où l'on possède les coordonnées des sommets d'un triangle, on peut calculer l'aire d'un parallélogramme, défini par deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} , comme étant la norme de leur [produit vectoriel](#)

$$A_p = \|\vec{u} \wedge \vec{v}\|$$

On peut donc calculer l'aire du triangle à partir de cette formule :

$$A = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|$$

✚ Calcul de l'aire à partir de la formule de la loi des sinus



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{abc}{2S}$$